

dr hab. Dariusz Surowik  
Uniwersytet w Białymstoku  
Wydział Historyczno-Socjologiczny  
Instytut Socjologii i Kognitywistyki  
Katedra Logiki, Informatyki i Filozofii Nauki

## **RECENZJA ROZPRAWY DOKTORSKIEJ**

**Mgr Kai Bednarskiej**

**pt. Hypersequent Calculi – Theory and Application**

przygotowanej pod kierunkiem naukowym

Promotora prof. dr hab. Andrzeja Indrzejczaka

### **1. Podstawa formalna opracowania recenzji**

Niniejsza recenzja została sporządzona w odpowiedzi na pismo Dziekana Wydziału Filozoficzno-Historycznego Uniwersytetu Łódzkiego prof. dr hab. Zbigniewa Anusika z dnia 19 maja 2016 roku.

### **2. Przedmiot i zawartość rozprawy**

Przedstawiona do recenzji rozprawa doktorska składa się ze wstępu, siedmiu rozdziałów oraz bibliografii (zawierającej 68 pozycji). Rozprawa jest napisana w języku angielskim i liczy łącznie 84 strony. Konstrukcja i struktura rozprawy są poprawne.

Doktorantka we wstępie określa rozprawę jako metodologiczne studium różnych metod dowodzenia eliminowalności reguły cięcia w rachunkach hipersekwentowych.

Rozdział pierwszy ma charakter wprowadzający. Autorka definiuje podstawowe pojęcia formalne stosowane w pracy, podaje aksjomatykę oraz semantykę dla logiki modalnej **S5**, która stanowi bazę dla rozważań w dalszych rozdziałach niniejszej rozprawy. Autorka podaje także podstawowe informacje o rachunku sekwentów zarówno dla klasycznego rachunku zdań, jak też dla logiki modalnej **S5**, podaje także przykłady dowodów w rachunku

sekwentów dla tej logiki oraz wskazuje motywacje uzasadniające potrzebę eliminacji reguły cięcia w rachunkach logicznych.

Rozdział drugi jest wprowadzeniem w problematykę dotyczącą rachunku hipersekwentów. Autorka rozpoczyna rozdział od uwag historycznych i opisu genezy powstania rachunków tego typu. Następnie wprowadza pojęcie hipersekwentu oraz podaje podstawowe reguły. Opisany jest także podstawowy system rachunku hipersekwentów charakteryzujący Klasyczny Rachunek Zdań. Podana jest postać reguły cięcia w rachunku hipersekwentów oraz odpowiednik hipersekwentowy reguły MIX, wprowadzonej przez Gentzena. W dalszej części rozdziału Autorka opisuje różne podejścia do konstrukcji rachunku hipersekwentów dla logiki **S5** proponowane między innymi przez G. Pottingera, A. Avrona, G. Restalla, F. Poggiolessi, O. Lahava i H. Kurokawę. Opisując te różne podejścia Doktorantka w znacznej mierze bazuje na swojej wcześniejszej publikacji (K. Bednarska, A. Indrzejczak, *Hypersequent Calculi for S5 – the Methods of Cut-elimination*, Logic and Logical Philosophy, 24/3:277-311, 2015). W przypadku rachunku zaproponowanego przez Restalla mgr Bednarska podaje przykład dowodu dla formuł **K** i **5**, w przypadku systemu zaproponowanego przez Kurokawę podaje przykład dowodu dla formuły **B**, natomiast w przypadku pozostałych systemów podaje przykłady dowodów jedynie dla formuły **5**. W podsumowaniu rozdziału Autorka dokonuje podziału rozważanych podejść do konstrukcji rachunku hipersekwentów dla logiki **S5** zauważając, że w przypadku systemów zaproponowanych przez G. Pottingera, G. Restalla i F. Poggiolessi są to systemy posiadające specjalną regułę pozwalającą wprowadzić operator  $\square$  do rachunku hipersekwentów dla klasycznego rachunku zdań, natomiast rachunki hipersekwentowe dla logiki **S5** zaproponowane przez A. Avrona, H. Kurokawę i O. Lahava budowane są z wykorzystaniem specjalnej reguły quasi-strukturalnej.

W rozdziale trzecim Autorka konstruuje dowód pełności dla systemu hipersekwentów dla logiki **S5** zaproponowanego przez Pottingera. W konstrukcji dowodu pełności dla tego rachunku mgr Bednarska wykorzystuje metodę bezpośrednią zaproponowaną przez W. Hodgesa w pracy *Elementary Predicate Logic*, w D. Gabbay i F. Guenther (ed.), *Handbook of Philosophical Logic*, vol I, ss. 1-132, Dordrecht, 1983.

W rozdziale czwartym Autorka dowodzi, że zaproponowany przez A. Avrona rachunek hipersekwentów dla logiki **S5** jest rachunkiem, w którym reguła cięcia może być wyeliminowana. Oryginalny dowód tego faktu podany przez Avrona jest w zasadzie szkicem dowodu. Mgr Bednarska przedstawia szczegółowy dowód tego faktu, uzupełniając oryginalny dowód o istotne, brakujące elementy. Podanie kompletnego dowodu możliwości eliminacji reguły cięcia w rachunku zaproponowanym przez Avrona stanowi istotny wkład w rozwój teorii systemów hipersekwentowych oraz uzupełnia i porządkuje wiedzę o tym systemie. Wyniki referowane w tym rozdziale były już przedstawione przez Doktorantkę w pracy K. Bednarska, A. Indrzejczak, *Hypersequent Calculi for S5 – the Methods of Cut-elimination*, Logic and Logical Philosophy, 24/3:277-311, 2015. Autorka wspomina o tym fakcie we wstępie do rozprawy. W dowodzie zaprezentowanym w niniejszej rozprawie w kilku miejscach dokonano istotnych uszczegółowień i uzupełnień w stosunku do dowodu podanego we wspomnianej pracy.

W rozdziale piątym opisana jest ogólna metoda eliminacji reguły cięcia zaproponowana dla logiki rozmytej przez Metcalfe, Olivettiego i Gabbay'a (G. Metcalfe,

N. Olivetti, D. Gabbay, *Proof Theory for Fuzzy Logics*, Springer, 2008). Autorka stosuje tę metodę do wykazania, że regułę cięcia można wyeliminować w rachunku hipersekwentów dla logiki **S5** zaproponowanym przez Restalla. Następnie pokazuje, że metodę tę da się zastosować do wykazania możliwości eliminacji reguły cięcia w innych rachunkach i pokazuje to na przykładzie rachunku hipersekwentów dla rozszerzeń logiki **S4** (w tym dla logiki **S5**) zaproponowanego przez Kurokawę.

W rozdziale szóstym Autorka podaje przykłady zastosowania metody dowodu eliminowalności reguły cięcia zaproponowanej przez Dragalina (oryginalna metoda została zaproponowana dla rachunku sekwentów charakteryzującego system **K**) w rachunkach hipersekwentów zaproponowanych przez Poggiolesiego. Ponadto mgr Bednarska wykazuje, że ten sposób dowodu eliminowalności reguły cięcia może być zastosowany do lekko zmodyfikowanego systemu zaproponowanego przez Pottingera. Wyniki przedstawione w tym rozdziale również były opublikowane we wspomnianej już wcześniej pracy K. Bednarskiej i A. Indrzejczaka.

Ostatni, siódmy rozdział, nosi tytuł *Open problems and perspectives*. Rozdział ten w rozprawie pełni rolę dwojaką. Pierwsza, to rodzaj pewnego podsumowania pracy. Brakuje bowiem w rozprawie klasycznego zakończenia, w którym Autorka dokonałaby właściwego podsumowania przedstawionych rozważań. Substytutem zakończenia jest część wstępna rozdziału siódmego. Druga rola, jaką pełni ten rozdział, to prezentacja autorskiej koncepcji niekomutatywnego rachunku hipersekwentów oraz przedstawienie perspektywy dalszych badań. Doktorantka podaje reguły dla niekomutatywnego rachunku hipersekwentów charakteryzującego system **K**. Dowodzi, że wprowadzone reguły zachowują prawdziwość oraz dowodzi twierdzenia o zgodności dla skonstruowanego systemu. Szkoda, że Autorce nie udało się udowodnić twierdzenia o pełności dla wprowadzonego systemu. Taki wynik byłby doskonałym uzupełnieniem rozważań. Sama konstrukcja systemu oraz udowodnienie jego elementarnych metawłasności stanowi już jednak o wysokich kompetencjach Autorki w posługiwaniu się aparatem formalnym. Niestety, jak zauważa sama Autorka, rozważane w poprzednich rozdziałach metody eliminacji reguły cięcia nie mają zastosowania w zaprezentowanym systemie. Według Doktorantki niekomutatywny rachunek hipersekwentów skonstruowany w ostatnim rozdziale rozprawy wymaga innych metod, bądź innych transformacji syntaktycznych, które czekają na swoje odkrycie. Odkrycie tych metod stanowi główny problem otwarty, który stawia Autorka w niniejszej rozprawie.

### 3. Ocena merytoryczna rozprawy

#### Uwagi ogólne

Rozważania podejmowane w recenzowanej rozprawie dotyczą głównie metod eliminowania reguły cięcia w różnych rachunkach hipersekwentów dla logiki **S5**. Tematyka rozprawy jest bardzo ciekawa, a jej znaczenie daje się w ostatnich latach zaobserwować m.in. w dynamicznym przyroście publikacji z tego zakresu. Szkoda, że rozważania te nie odpowiadają w pełni tytułowi rozprawy, który brzmi *Hypersequent Calculi – Theory and Application*. Tytuł rozprawy sugeruje bowiem ogólniejsze ujęcie tematyki dotyczącej

rachunku hipersekwentów oraz, co ważniejsze, przykłady zastosowań tych rachunków. O ile można przyjąć, że z pierwszej części Autorka wywiązała się opisując różne rachunki hipersekwentów dla logiki **S5**, o tyle zagadnienie zastosowania rachunków tego typu zostało potraktowane marginalnie (w zasadzie nie ma mowy o zastosowaniu któregośkolwiek z omawianych rachunków a jedynie jest mowa o zastosowaniu w dowodach reguł przypominających regułę cięcia). Tematyka rozprawy jest więc zdecydowanie zawężona w stosunku do tego, co sugeruje jej tytuł. Podejmowane w rozprawie zagadnienia oraz rozwiązane problemy badawcze stanowią jednak istotny wkład w rozwój teorii rachunków hipersekwentów oraz pokazują dużą sprawność mgr Kai Bednarskiej w posługiwaniu się aparatem formalno-logicznym. Pomimo zawężenia podejmowanej w rozprawie problematyki jedynie do metod eliminacji reguły cięcia w rachunkach hipersekwentów, ze względu na wagę poznawczą tego zagadnienia, należy docenić uzyskane przez Doktorantkę wyniki.

#### Uwagi szczegółowe (przykłady)

W aksjomacie 2 (str. 2) brakuje nawiasów, w związku z tym formuła stanowiąca aksjomat jest wieloznaczna. Autorka wspomina co prawda w rozprawie o sile wiązania poszczególnych spójników zdaniowych języka logiki klasycznej, lecz w przypadku wspomnianego aksjomatu nie ma to zastosowania, ponieważ wieloznaczność powoduje ciąg implikacji.

Autorka w rozprawie używa różnych skrótów dla oznaczenia Klasycznej Logiki Zdań. Na stronie 6 na oznaczenie tej logiki użyty jest skrót **LK**, zaś np. na stronie 17 (i późniejszych) dla oznaczenia tej samej logiki używany jest już skrót **CPL** (na dole strony 17 ponownie pojawia się oznaczenie **LK**). Sugeruję Autorce, aby w przyszłych publikacjach używała takiego samego oznaczenia dla tych samych konstrukcji.

W opisie reguły *mix* na stronie 11 Autorka napisała, że należy założyć, że  $\Pi$  oraz  $\Delta$  nie zawierają żadnego wystąpienia formuły  $\varphi$ . Wydaje się, że ten warunek powinien być dotyczyć  $\Pi$  oraz  $\Sigma$ .

#### 4. Uwagi redakcyjne

Niniejsza rozprawa, w zakresie edycji tekstu zredagowana jest bardzo dobrze oraz bardzo estetycznie. Zdarzają się co prawda, drobne błędy redakcyjne, lecz liczba tych błędów jest bardzo mała. Wymienię tylko niektóre z nich:

- Podstawowym błędem redakcyjnym popełnionym przez mgr Bednarską jest brak wskazania na stronie tytułowej Promotora recenzowanej rozprawy doktorskiej.
- Rozdziały czwarty i siódmy zawierają tylko po jednym podrozdziale. Powinno unikać się takich sytuacji. Powszechnie zasady redakcji tekstów sugerują, aby rozdział zawierał przynajmniej dwa podrozdziały.
- W rozprawie Autorka stosuje niejednolity sposób wyróżnienia słowa *Proof*, rozpoczynając dowody twierdzeń oraz twierdzeń pomocniczych (lematów). Na stronie 36 słowo *Proof* w dowodach twierdzeń i lematów jest pisane kapitalikami, natomiast już na stronie 41 słowo to jest wyróżniane na początku dowodu poprzez pogrubienie. Błąd ten jest zapewne efektem długiej pracy Autorki nad tekstem i po jakimś czasie, ze względu na procesy asymilacji jest bardzo trudny do wychwycenia.

- W dowodzie twierdzenia 4.2 (str. 40) Autorka dokonuje podziału dowodu na trzy części wypunktowując je i oznaczając numerycznie (1, 2 i 3). W dalszej części dowodu odwołuje się do wspomnianego podziału za pomocą liter A, B i C. Dowód byłby bardziej przejrzysty, gdyby Autorka stosowała jednolite oznaczenia i odwołania do poszczególnych części dowodu.
- Proste błędy literowe (np. *ant* zamiast *any*, *form* zamiast *from* – str. 4)
- W bibliografii, w pozycji nr 15 nazwiska autorów napisane są czcionką pochyloną, natomiast we wszystkich pozostałych pozycjach bibliograficznych napisane są kapitalikami.

Błędów redakcyjnych w rozprawie jest zatem bardzo mało. Nie wpływają one na ocenę merytoryczną pracy. Tak mała liczba błędów redakcyjnych pokazuje natomiast staranność oraz dbałość Autorki o ten aspekt rozprawy.

## 5. Odniesienie się do efektów kształcenia

Analiza treści recenzowanej rozprawy daje podstawy do stwierdzenia, że mgr Kaja Bednarska jako absolwent Humanistycznego Studium Doktoranckiego osiągnęła następujące efekty kształcenia:

W zakresie wiedzy:

- posiada zaawansowaną wiedzę ogólną dotyczącą zasadniczych teorii badawczych, pojęć i zasad w zakresie filozofii,
- posiada zaawansowaną wiedzę szczegółową uwzględniającą najnowsze osiągnięcia polskie i zagraniczne w zakresie logiki,
- zna zasady oceny publikacji naukowych.

W zakresie umiejętności:

- posiada umiejętność wprowadzania do obiegu naukowych wyników badań naukowych,
- orientuje się w praktycznym wykorzystaniu metod badawczych w obrębie swojej dyscypliny i specjalności,
- ma umiejętność krytycznej analizy i syntezy a także zdolność formułowania sądów na temat współczesnych problemów badawczych ze swojej dyscypliny,
- potrafi pracować z literaturą obcojęzyczną.

W zakresie kompetencji:

- posiada kompetencje do prowadzenia pracy naukowej i doskonalenia etosu tej pracy,
- przyczynia się do postępu społecznego i kulturowego w społeczeństwie opartym na wiedzy.

O osiągnięciu przez Doktorantkę pozostałych efektów kształcenia trudno jest się wypowiadać jedynie na podstawie treści niniejszej rozprawy. Zakładam, że zostały one osiągnięte i potwierdzone podczas realizacji poszczególnych przedmiotów w trakcie studiów doktoranckich.

## 6. Wnioski końcowe

Mgr Kaja Bednarska podjęła ciekawy problem badawczy, mający również znaczenie praktyczne w teorii automatycznego dowodzenia twierdzeń. W niniejszej rozprawie udowadnia, że potrafi samodzielnie stawiać problemy badawcze oraz podejmować próby ich rozwiązania. Doskonale orientuje się w literaturze przedmiotu i wykazuje bardzo wysokie kompetencje w posługiwaniu się aparaturą formalno-logiczną.

**Analiza całości recenzowanej rozprawy doktorskiej mgr Kai Bednarskiej pozwala w moim przekonaniu na stwierdzenie, że jest ona interesującym studium badawczym, stanowi istotny wkład w rozwój teorii rachunku hipersekwentów oraz spełnia ustawowe wymogi stawiane rozprawom doktorskim. Wnoszę zatem o jej przyjęcie oraz o dopuszczenie mgr Kai Bednarskiej do dalszych etapów przewodu doktorskiego.**

Dariusz Surowicki