Łódź, 23.06.2016 r.

Dr hab. Piotr Łukowski, prof. UŁ
Zakład Kognitywistyki
Instytut Psychologii UŁ

Recenzja rozprawy doktorskiej Mgr Kai Bednarskiej
„HYPERSEQUENT CALCULI - THEORY AND APPLICATION"
napisanej pod kierunkiem Prof. dr. hab. Andrzeja Indrzejczaka

Rozprawa Pani magister Bednarskiej dotyczy jednego z najważniejszych uogólnień rachunku sekwentowego zwanego rachunkiem hipersekwentów. Rachunki sekwentowe zostały skonstruowane przez Gerharda Gentzena w latach 30tych ubiegłego wieku i szybko stały się, obok systemów dedukcji naturalnej, jednym z podstawowych narzędzi współczesnej teorii dowodu. W drugiej połowie XX w. kiedy zaczęto stosować metody teoriodowodowe do rozmaitych logik nieklasycznych okazało się jednak, że standardowy rachunek sekwentów nie zawsze dobrze się nadaje do ich analizy a uzyskiwane formalizacje nie posiadają wielu interesujących własności, które przesądzały o tym, że rachunek sekwentów tak dobrze sprawdzał się w odniesieniu do logiki klasycznej i teorii budowanych na klasycznej podstawie. To spowodowało, że zaczęto konstruować rozmaite uogólnienia i modyfikacje rachunku sekwentów, lepiej sprawdzające się na polu badań nad logikami nieklasycznymi. Jednym z nich był rachunek hipersekwentów, który niezależnie od siebie skonstruowali w latach 80tych Pottinger i Avron. W podejściu tym pojedyncze sekwenty zastępuje się multizbiorami sekwentów. To proste uogólnienie pozwala na przezwyciężenie wielu trudności, które generuje zwykły rachunek sekwentowy. Praca P. Bednarskiej przedstawia zastosowanie rachunków hipersekwentowych do logik modalnych, a właściwie do logiki S5. Rozprawa napisana jest w języku angielskim, liczy 84 strony i składa się z 7 rozdziałów, poprzedzonych wstępem, i bibliografii.

Właściwą recenzję poprzedzę krótką charakterystyką zawartości. Wstęp zawiera krótkie wprowadzenie o charakterze historycznym dotyczące teorii dowodu i rachunku sekwentowego. Po scharakteryzowaniu problemów jakich nastręczał standardowy rachunek sekwentowy w zastosowaniach do logik nieklasycznych, Autorka krótko omawia rozmaite uogólnienia, w tym: systemy etykietowane, systemy zagnieżdżone, oraz systemy operujące różnymi rodzajami sekwentów oraz sekwentami z większą ilością argumentów. Rozdział 1 ma charakter technicznego wprowadzenia. Znajdujemy w nim prezentację języka zdaniowych logik modalnych, aksjomatyzację kilku kluczowych systemów (K, T, S4, S5) i ich semantyki relacyjnej. Następnie znajdujemy opis dwóch wariantów standardowego rachunku sekwentów wraz z definicjami kluczowych pojęć technicznych: dowodu, jego rozmiaru, wyprowadzalnych i dopuszczalnych reguł. Najważniejszy fragment tego rozdziału dotyczy problemu eliminacji reguły cięcia. Reguła cięcia jest bardzo ważnym elementem rachunków sekwentowych ale, z punktu widzenia ich zastosowań, np. w dowodach rozstrzygalności, ważne jest wykazanie, że system nie wykorzystujący tej reguły pozwala na dowiedzenie tych samych twierdzeń. To głównie problemy z dowodem tego wyniku dla wielu sekwentowych formalizacji logik nieklasycznych przyczyniły się do konstruowania rozmaitych rachunków o ogólniejszym charakterze, w tym rachunku hipersekwentów. Autorka pokazuje na przykładzie standardowej formalizacji S5 dlaczego reguła cięcia jest w nim nieeliminowalna.

Rozdział 2 poświęcony jest prezentacji rachunku hipersekwentowego i rozmaitych rozwiązań problemu eliminacji cięcia dla S5. Po wprowadzeniu ogólnego formalizmu adekwatnego dla logiki klasycznej Autorka w ciekawy sposób pokazuje, że sama reguła cięcia może przybrać rozmaite formy na gruncie tego uogólnienia. Reszta rozdziału to detaliczne omówienie aż sześciu różnych formalizacji S5 na gruncie rachunku hipersekwentów, które zostały zaproponowane przez: Pottingera, Avrona, Restall, Poggiolesi, Lahava i Kurokawę. Autorka porównuje ze sobą poszczególne systemy pokazując, w jak różny sposób można na gruncie rachunku hipersekwentów uzyskać ten sam cel. Zaskakujące jest, że pewne systemy uzyskują go przez podanie reguł logicznych charakteryzujących spójnik konieczności a inne uzyskują go z pomocą specyficznych reguł o charakterze strukturalnym, tj. przez przekształcenia hipersekwentów. To zestawienie i porównanie różnych rozwiązań proponowanych dla tej samej logiki jest bardzo przekonującym sposobem prezentacji siły ekspresji podejścia hipersekwentowego.

Kolejne rozdziały dają przegląd rozmaitych sposobów dowodzenia eliminacji cięcia. W rozdziale czwartym omówione są strategie dowodzenia o charakterze pośrednim, semantycznym, poprzez podanie semantycznego dowodu pełności odpowiedniego systemu bez reguły cięcia. Autorka pokazuje, że w ten sposób można dowieść, iż cięcie jest regułą eliminowalną w systemie Pottingera. Jest to o tyle ważne, że rozwiązanie Pottingera zostało podane jedynie w krótkim abstrakcie, który nie zawiera żadnego dowodu i - o ile mi wiadomo - poprawność wyniku Pottingera nie została dotąd nigdzie potwierdzona.

Rozdział 4 zawiera obszerną prezentację dowodu eliminacji cięcia w systemie Avrona dla S5. Avron przedstawił jedynie szkic tego dowodu, który tak naprawdę może być w różny sposób rozwinięty. Istotą podejścia Avrona jest uogólnienie hipotezy indukcyjnej, która dopuszcza inne rozwiązanie dla formuł klasycznych a inne dla formuł modalnych. Autorka zamiast tego wprowadza eksplicite dwie reguły cięcia, jedną dla formuł klasycznych a drugą dla formuł modalnych co sprzyja większej czytelności dowodu. Oryginalny szkic dowodu Avrona budził też wątpliwości gdyż operował uogólnieniem reguły cięcia (tzw. reguła Mix) podobnym do zastosowanego przez Gentzena ale kluczowa indukcja w dowodzie Gentzena operuje pojęciem wielkości dowodu a nie rangi jak u Gentzena. Uogólnienie pojęcia rangi na dowody hipersekwentowe jest problematyczne, stąd Avron odwołuje się do pojęcia wielkości dowodu. Z drugiej strony nie jest jasne jak indukcję po wielkości przeprowadzić w odniesieniu do reguły Mix. Szkic dowodu Avrona zostawia te sprawy bez wyjaśnienia co może budzić wątpliwości czy rezultat jest faktycznie dowiedziony. Autorka pokazuje, że dowód można istotnie przeprowadzić korzystając ze strategii Taita i Girarda zastosowanych w odniesieniu do logiki klasycznej. Tak zrekonstruowany dowód jest bardzo skomplikowany, jednak jego szczegółowa prezentacja podana przez Bednarską nie pozostawia wątpliwości, że rezultat Avrona faktycznie zachodzi. Jednak jego złożoność prowokuje pytanie czy można znaleźć prostsze dowody, w szczególności takie, które unikają używania dodatkowych reguł cięcia i które pokazują bezpośrednio eliminowalność cięcia a nie reguły mix. Odpowiedź na te pytania znajdujemy w dwóch kolejnych rozdziałach.

Rozdział 5 pokazuje jak można do hipersekwentowych formalizacji dla S5 zastosować ogólną metodę dowodu eliminacji cięcia wypracowaną dla hipersekwentowych formalizacji logik rozmytych przez Metcalfa, Olivettiego i Gabbaya. Metoda ta pracuje dla dowolnej formalizacji, w której wszystkie reguły pierwotne spełniają warunki podstawialności i redukowalności. W pierwszej części Autorka wykazuje, że system Restalla spełnia te warunki, zatem powyższy dowód stosuje się do niego. Jest to znów definitywne rozwiązanie problemu, który został przez Restalla jedynie naszkicowany, co więcej w sposób budzący wątpliwości co do jego poprawności. W drugiej części rozdziału, Bednarska streszcza dowód Kurokawy dla jego systemu, który pokazuje, że nawet jeżeli nie wszystkie reguły spełniają warunki podstawialności i redukowalności, to dowód Metcalfa, Olivettiego i Gabbaya można zastosować kosztem pewnych lokalnych modyfikacji.

W rozdziale 6 pokazano w jaki sposób można do rachunków hipersekwentowych zastosować strategię Dragalina, która jest bardzo popularna w teoriodowodowych badaniach nad teoriami matematycznymi. Podejście Dragalina pozwala na prosty i przejrzysty dowód eliminacji cięcia, ale za cenę wstępnego udowodnienia dopuszczalności wielu reguł strukturalnych takich jak osłabianie, kontrakcja czy odwracalność reguł pierwotnych. W pierwszej części Autorka streszcza dowód Poggiolesi dla jej systemu, przeprowadzony uogólnioną techniką Dragalina. W drugiej części zaprezentowana jest adaptacja tej techniki do systemu Pottingera. Warto zauważyć, że Autorka dokonuje tutaj daleko idących zmian w systemie Pottinger, wyjaśniając dlaczego omawiana technika nie daje rezultatu w odniesieniu do jego oryginalnych reguł. Ze względu na to mamy tu faktycznie prezentację kolejnego (siódmego) systemu hipersekwentowego dla S5.

Ostatni rozdział ma nieco inny charakter. Autorka przytacza szereg innych własności, które uważane są z różnych powodów za korzystne dla reguł w systemach sekwentowych. Na gruncie standardowych formalizacji dla logik modalnych pokazuje, że nawet w tych przypadkach gdzie eliminacja cięcia zachodzi (np. logiki K, T, S4), to inne własności nie są spełnione, co pokazuje, że systemy te są w pewien sposób wadliwe. Okazuje się, że omawiane wcześniej rozwiązania hipersekwentowe też nie spełniają wielu z podanych warunków. Bednarska prezentuje jednolitą formalizację dla wielu logik modalnych opartą na modyfikacji pojęcia hipersekwentu - nie jest on multizbiorem sekwentów ale ich skończoną listą. Takie podejście w elegancki sposób pozwala scharakteryzować wiele logik modalnych poprzez sukcesywne dodawanie reguł strukturalnych, które odpowiadają poszczególnym aksjomatom. Podejście to spełnia warunki wymagane od reguł sekwentowych ale niestety nie jest jasne w jaki sposób dowodzić eliminowalności cięcia w tym systemie. Omawiane dotąd strategie zawodzą, gdyż zakładają, że hipersekwenty są przemienne. Jest to otwarty problem badawczy, którego rozwiązanie będzie z pewnością ważnym rezultatem teoriodowodowym.

Ocena rozprawy. Pani magister Bednarska postawiła sobie ambitne zadanie zreferowania problematyki trudnej i mało znanej w środowisku logików polskich, choć mocno badanej w świecie. Praca napisana jest w sposób przejrzysty i zawiera własne wyniki, które pokazują, że skomplikowany warsztat pracy na gruncie teorii dowodu został przez Autorkę należycie opanowany. Omawianej pracy można jednak postawić parę zarzutów. Autorka nie uniknęła drobnych błędów o charakterze literówek i gramatycznych bądź stylistycznych usterek. Nie brak też błędów redakcyjnych, np. na stronie tytułowej nie jest podane nazwisko Promotora. Są też pewne niekonsekwencje notacyjne i terminologiczne, np. dowody raz są oznaczane małą literką „d" a w innych miejscach dużą. Brak też charakterystyki logiki D w rozdziale 1 choć prezentuje się jej formalizację w rozdziale 7. Są to jednak usterki drobne, które łatwo wyeliminować. Poważniejszy zarzut jaki można postawić to nieco ograniczony materiał logiczny poddany analizie w rozprawie. Autorka podkreśla wprawdzie, że rozprawa ma charakter metodologiczny i skupiona jest na analizie metod dowodzenia eliminacji cięcia na gruncie rachunków hipersekwentowych, tym niemniej można byłoby się pokusić o bardziej zróżnicowany materiał ilustracyjny. S5 jest wprawdzie logiką bardzo ważną, a prezentacja różnych metod na przykładzie tej samej logiki pozwala lepiej skupić się na detalach technicznych proponowanych rozwiązań, ale wydaje się, że dołączenie egzemplifikacji zaczerpniętych z formalizacji innych logik lepiej pokazywałoby uniwersalność podejścia hipersekwentowego. Niedosyt budzi też rozdział 7 gdyż Autorce nie udało się znaleźć rozwiązania problemu eliminacji cięcia dla przedstawionej tam formalizacji. Rozwiązanie tego problemu byłoby ważnym wynikiem własnym, pozostaje mieć nadzieje, że Autorka w dalszej pracy badawczej takie rozwiązanie odnajdzie. Ograniczenia rozprawy, które wskazałem, powodują, że jej tytuł wydaje się zbyt ogólny w stosunku do faktycznej zawartości. Tym niemniej końcowa ocena pracy wypada dobrze. W związku z tym, bez najmniejszych wątpliwości proszę o dopuszczenie Pani Bednarskiej do dalszych etapów postępowania.

KIEROWNIK
ZAKŁADU KOGNITYWISTYKI UŁ
prof. nadzw. dr hab. Piotr Łukowski